

МОДЭН изнутри

Волов Г.Я., канд. техн наук, директор ОДО «Энерговент» (Минск)

В настоящей статье мы попробуем ответить на вопросы: «Чем отличается программа имитационного моделирования МОДЭН от иных вычислительных программ?», а также «Что происходит внутри самой программы МОДЭН?». Начнем с расчета простой для специалиста по гидравлике задачи: «Определить расход воды протекающей по системе трубопроводов изображенной на рисунке 1».

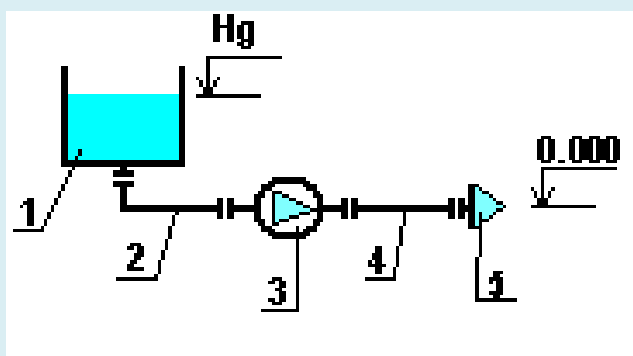


Рис. 1 1- бак с водой, 2 – трубопровод, 3 – насос, 4 – трубопровод, 5 – сопло.

Задача, которую мы решаем, является поверочной, т.е. известны все характеристики трубопроводов, насоса и сопла и остается найти сам расход воды. Если показать задачу студенту, или инженеру, то они предложат решать задачу методом эквивалентных сопротивлений. Это значит, что мы должны найти эквивалентное сопротивление каждого элемента сети, затем свести их к одному сопротивлению, поскольку все они последовательны. Допустим, что сопротивление каждого элемента, а точнее характеристика сопротивления каждого элемента равна S_i , где i – номер элемента, тогда

$$S_{sum} = \sum S_i = S_2 + S_4 + S_5, \quad (1)$$

где S_2, S_4, S_5 – характеристики сопротивления, соответственно, трубы 2, трубы 4 и сопла 5 (гидравлическим сопротивлением бака пренебрегаем) сопротивлением.

Геометрический напор равен $H_g = 4$ м, а напор насоса H_p , то если принять, что мы находимся в квадратичной зоне сопротивления, то

$$H_g + H_p = S_{sum} * G^2, \quad (2)$$

где G – искомый расход воды.

Из этого уравнения и найдем G

$$G = ((H_g + H_p) / S_{sum})^{1/2}, \quad (3)$$

Мы показали алгоритм решения, который мог использовать студент или дипломированный инженер со знаниями гидравлики. Ученый, который знает механику жидкости и газов, но не знаком с гидравликой и методом эквивалентных сопротивлений, на мой взгляд, пойдет несколько иным путем. Если пренебречь потерями в баке с водой, можно записать систему уравнений (см. рис. 2)

$$\begin{aligned}
P_1 &= H_g, \\
P_1 - P_2 &= S_2 * G^2, \\
P_2 + H_p &= P_3, \\
P_3 - P_4 &= S_4 * G^2, \\
P_4 - P_5 &= S_5 * G^2, \\
P_5 &= 0,
\end{aligned}
\tag{4}$$

здесь P_1, P_2, \dots, P_5 – полные избыточные давления в узлах 1, 2...5.

Из системы уравнений (4) легко получить уравнение (2). Назовем два метода, соответственно, научный и инженерный. Метод инженеров проще и быстрее. Но здесь есть одно «но». Метод инженеров достаточно трудно реализовать для сложных разветвленных и закольцованных систем. Можно попытаться последовательно упрощать схему, но в конце пути нас все равно ждут непреодолимые трудности, и упрощение схемы часто приводит к потере необходимой информации по ходу счета, которую придется добывать дополнительно. В то время научный метод позволяет решать задачи практически любой сложности. Следует понимать, что система (4) из 6 уравнений с 6 неизвестными решается легко (в данном случае), но число уравнений не 6, а 6000? Нужен какой-то универсальный метод решения таких систем уравнений.

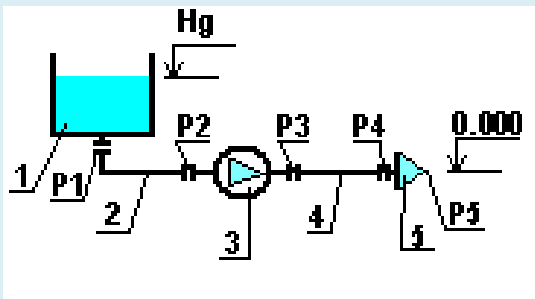


Рис. 2 1- бак с водой, 2 – трубопровод, 3 – насос, 4 – трубопровод, 5 – сопло.

Представим систему уравнений (4) в следующем виде

$$\begin{aligned}
P_1 &= H_g, \\
P_2 &= P_1 - S_2 * G^2, \\
P_3 &= P_2 + H_p, \\
P_4 &= P_3 - S_4 * G^2, \\
P_5 &= 0, \\
G &= ((P_4 - P_5) / S_5)^{1/2}.
\end{aligned}
\tag{5}$$

Эта система уравнений отличается от предыдущей только тем, что в левой ее части последовательно расположены неизвестные величины. Отметим, что эта система линейных алгебраических уравнений, т.к. в правой части каждого уравнения не присутствует переменная из левой части (в противном случае мы имели бы систему нелинейных алгебраических уравнений). Решать систему уравнений попробуем методом Зейделя (существует еще множество методов решения таких систем, но из дальнейшего описания станет понятно, почему мы применили именно этот метод, а не другой).

Найдем первой приближение значений наших переменных

$$\begin{aligned} P_{11} &= H_g, \\ P_{21} &= P_{11} - S_2 * G_0^2, \\ P_{31} &= P_{21} + H_p, \\ P_{41} &= P_{31} - S_4 * G_0^2, \\ P_{51} &= 0, \\ G_1 &= ((P_{41} - P_{51}) / S_5)^{1/2}. \end{aligned} \tag{6}$$

где P_{i1} – значения давления в узле i после 1-го шага счета, G_0 – значение расхода на нулевом шаге (начальное условие), G_1 – значение расхода на первом шаге счета

Мы последовательно обошли все уравнения, причем в каждом последующем использовали имеющиеся в данный момент значения (подстановка значений). После 2-го шага счета имеем

$$\begin{aligned} P_{12} &= H_g, \\ P_{22} &= P_{12} - S_2 * G_1^2, \\ P_{32} &= P_{22} + H_p, \\ P_{42} &= P_{32} - S_4 * G_1^2, \\ P_{52} &= 0, \\ G_2 &= ((P_{42} - P_{52}) / S_5)^{1/2}. \end{aligned} \tag{7}$$

где P_{i2} – значения давления в узле i после 1-го шага счета, G_2 – значение расхода после второго шага счета.

Приведенный процесс решения можно продолжать еще долго, в том случае, если мы увидим, что значения переменных, хотя бы асимптотически приближаются к каким-то постоянным значениям, мы говорим о том, что система уравнений сходится. В противном случае она расходится. Если система уравнений расходится, то это еще не значит, что такое явление присуще природе вещей. Чаще всего причиной расходимости является недостаточная правильность описания математической модели, не продуманный обход узлов (последовательность подстановок в методе Зейделя) и слишком большой шаг счета (при наличии времени в система уравнений). Если мы посмотрим на решение системы уравнений, то увидим, что каждое уравнение рассматривается последовательно, т.е. одно за другим, в окружающей природе такие действия обычно протекают параллельно. Увы, параллельность вычислений – почти неосуществимая мечта для современных персональных ЭВМ.

Мысленно представим себе вышеописанную систему (благо в ней мало элементов). Попробуем понять: почему вода начинает двигаться по системе труб, ведь принято, что перед началом счета (начальное условие) расход был равен нулю ($G=0$).

Рассмотрим отдельные элементы системы, начнем с сопла 5. Отметим (см. рис. 3), что сопло 5 имеет порт вода воды 1 и порт выхода воды 2. Давление на выходе из сопла известно, оно равно 0, что видно из системы уравнений (5). Давление на вход в сопло поступает последовательно из бака. Таким образом известно давление на входе в сопло и на выходе, что позволяет по последнему уравнению системы (6) определить расход воды. Этот расход, а точнее его значение, будет двигаться в сторону бака.

В системе есть один элемент (сопло), который формирует расход. Все остальные элементы являются лишь проводниками сформированного расхода. Это обязательное правило формирования таких характеристик, как расход (ток, теплота...), т.е. для которых выполняется закон сохранения в узле.

Обратимся к мысленному представлению и подведем итог: к объекту «Сопло» с двух сторон подходит информация о давлении (на вход и на выход). Разность давлений между входом и выходом формирует расход воды через сопло, например, вода начинает вытекать из сопла. По закону сохранения массы в сопло входит такое же количество воды из бака, т.е. информация о появлении расхода в сопле по систем поступает в бак. Как эта информация поступает в бак? По каким каналам?

Что собой представляет вода? Вода для специалиста по гидравлике – это набор параметров или, в лучшем случае, вещество с набором параметров-характеристик (опять же, чем вещество отличается от не вещества? – теми же параметрами), например, температура, вязкость, плотность давление и т.д.

Что собой представляет такой объект, как труба (сопло)? Это элемент с двумя портами (назовем их так), в которые входит и выходит вода и имеющими собственные характеристики: сопротивление, диаметр, длина, материал и т.д.

Что происходит, когда мы соединяем два объекта? Действительно, два объекта можно соединить через их порты. Как только мы соединим два объекта – информация порта одного объекта (если она там имеется) передается порту другого. Например, если в порту объекта «Сопло» есть информация о расходе, то эта информация тут же станет известна в порту присоединенного трубопровода. Далее уже в самом объекте «Трубопровод» информация о расходе должна поступить на другой порт этого объекта. Поэтому, если к трубопроводу присоединить насос, то в порту присоединенного объекта «Насос» появится информация о значении расхода.

У нас появилось несколько новых понятий, не очень привычных для специалистов, а именно: **объект** и **порт**. **Объект** – неделимый элемент с портами и параметрами-характеристиками, а **порт** – сущность, состоящая из параметров (в дальнейшем **каналов**). А такое знакомое понятие как **параметр**, назовем **каналом**. Почему именно канал – дело в том, что в системах автоматизации, как нам кажется, канал – более широкое понятие, чем параметр. **Канал** – некоторая сущность, которая в каждый момент времени имеет единственное значение и которая может определяться как текстовыми, так и цифровыми (в т.ч. формульными) переменными. К каналу можно достучаться извне (проведя замеры значения канала), а также можно передать значения как в сам канала, так и из канала в канал.